

Методи математичної фізики

Питання до прездачі першого модуля

Теоретична частина

Низький рівень

1. Запишіть рівняння теплопровідності в загальному випадку та поясніть зміст величин, що входять до нього.
2. Запишіть рівняння дифузії в загальному випадку та поясніть зміст величин, що входять до нього.
3. Сформулюйте задачу Коші для рівняння теплопровідності.
4. Запишіть загальний розв'язок задачі Коші для лінійного рівняння теплопровідності в необмеженому просторі у вигляді квадратур.
5. Запишіть функцію Гріна $G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t)$ для рівняння теплопровідності в необмеженому однорідному просторі.
6. Який фізичний зміст має функція Гріна рівняння теплопровідності.
7. Який фізичний зміст має функція Гріна рівняння дифузії.
8. Для незалежної від часу густини потужності джерел запишіть вираз для стаціонарної температури у вигляді ньютонівського потенціалу.
9. Сформулюйте задачу Коші для рівняння дифузії та запишіть її загальний розв'язок у випадку однорідного нерухомого простору.

Середній рівень

1. За яких умов рівняння теплопровідності рівняння стає лінійним?
2. Як спрощується рівняння теплопровідності у випадку однорідного простору, у якому відсутні джерела та поглиначі тепла?
3. З'ясуйте, чи може стаціонарна температура набувати найменшого або найбільшого значень усередині області, у якій немає джерел тепла?
4. Дайте означення вектора густини потоку частинок у середовищі. На які частини можна розкласти цей вектор?

Високий рівень

1. Перевірте, що функція Гріна $G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t)$ для рівняння теплопровідності в необмеженому однорідному просторі задовольняє це рівняння.
2. За яких умов ньютонівський потенціал дає єдиний спадний розв'язок рівняння Пуассона.
3. Як відновити гладку фінітну функцію після дії на неї оператором Лапласа.

Практична частина

Низький рівень

1. Знання таблиці інтегралів та похідних.
2. Обчислення простих інтегралів та похідних.
3. Обчислення довільних інтегралів типу Пуассона (див. завдання 1.1, 1.2).

Середній рівень

Розв'язання задач Коші типу 1.4; 1.5; 1.6; 2.1;

Високий рівень

Розв'язання задач Коші типу 2.2; 2.3; 2.4; 3.1; 3.2.

Методи математичної фізики

Питання до перездачі другого модуля

Теоретична частина

Низький рівень

1. Який фізичний зміст має функція Гріна рівняння теплопровідності.
2. Сформулюйте задачу Коші для рівняння теплопровідності та поясніть зміст величин, що входять до неї.
3. Запишіть функцію Гріна $G(\mathbf{r}-\mathbf{r}',t)$ для рівняння теплопровідності в необмеженому однорідному просторі.
4. Дайте означення δ -функції Дірака.
5. Дайте означення одновимірного та багатовимірного перетворень Фур'є інтегрованої функції.
6. Сформулювати теорему Рімана-Лебега для функції однієї змінної.
7. Відновлення функції за її Фур'є-образом (формула обернення).
8. Згортка інтегрованих функцій. Фур'є-образ згортки.
9. Рівність Парсеваля-Планшереля.
10. Фур'є-образи похідних.
11. Запишіть хвильове рівняння та сформулюйте задачу Коші для нього. Поясніть зміст величин.
12. Запишіть формулу Д'Аламбера та поясніть зміст величин, що входять до нього.

Середній рівень

1. Запишіть кінцеву формулу для заміни змінної δ -функції Дірака, аргумент якої є складною функцією.
2. Сформулювати теорему Рімана-Лебега для функції багатьох змінних.
3. Фур'є-образи частинних похідних функції багатьох змінних.
4. Повна система рівнянь гідродинаміки ідеальної рідини.
5. Запишіть загальний розв'язок задачі Коші для тривимірного хвильового рівняння у вигляді інтегралу Фур'є.
6. Поясніть у чому полягає принцип Гюйгенса для хвильового рівняння у тривимірному просторі.
7. Знайдіть Фур'є-образ згортки інтегрованих функцій та запишіть відповідну формулу обернення.
8. Виведіть рівність Парсеваля-Планшереля.

Високий рівень

1. Як відновити гладку фінітну функцію після дії на неї оператором Лапласа.
2. Запишіть розв'язок задачі Коші для однорідного хвильового рівняння у тривимірному просторі за допомогою сферичних середніх (формула Пуассона).
3. Запишіть загальний розв'язок задачі Коші для однорідного хвильового рівняння у необмеженому двовимірному просторі.
4. Поясніть, чому принцип Гюйгенса не справджується для хвильового рівняння у двовимірному та одновимірному просторі.
5. Вміти записати розв'язок заданого диференційного рівняння у вигляді згортки початкової умови із відповідною функцією Гріна.

Практична частина

Низький рівень

1. Обчислення інтегралів із δ -функцією Дірака (див. завдання 4.1).
2. Обчислення Фур'є-образів простих функцій (див. завдання 4.2).

Середній рівень

1. Обчислення Фур'є-образів багатовимірних функцій (аналогічно завданням 6.1).
2. Знайти Фур'є-образ функції, отриманої після дії оператора Лапласа на гладку функцію.
3. Записати рівність Парсеваля-Планшереля для заданої інтегрованої функції (аналогічно 5.2).
4. Вивести функцію Гріна рівнянь теплопровідності, дифузії та рівняння Пуассона за допомогою перетворення Фур'є.